

04

정수와 유리수의 곱셈

학습 목표 ■ 정수와 유리수의 곱셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.



정수와 유리수의 곱셈은 어떻게 할까?

탐구하기

다음은 3과 -3에 정수를 곱할 때, 곱하는 수를 1씩 줄여 곱의 변화를 알아본 것이다. 물음에 답하여 보자.

1 $3 \times (\text{정수})$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 \times 1 = 3$$

$$3 \times 0 = 0$$

$$3 \times (-1) = \square$$

$$3 \times (-2) = \square$$

⋮

1씩 줄인다.

□
씩
작
아
진
다.

1 $(-3) \times (\text{정수})$

$$(-3) \times 2 = \square$$

$$(-3) \times 1 = -3$$

$$(-3) \times 0 = 0$$

$$(-3) \times (-1) = \square$$

$$(-3) \times (-2) = \square$$

⋮

1씩 줄인다.

□
씩
커
진
다.

활동 1 첫 번째 상자 $3 \times (\text{정수})$ 에서 곱의 변화를 살펴보고, □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

활동 2 $3 \times 2 = 3 + 3 = 6$ 임을 이용하여 $(-3) \times 2$ 의 값을 구하여 보자.

$$(-3) \times 2 = (-3) + (\square) = \square$$

활동 3 두 번째 상자 $(-3) \times (\text{정수})$ 에서 곱의 변화를 살펴보고, □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

⊕ 식의 시작 부분에 있는 음수는 괄호를 생략하여 나타낼 수 있다.
예를 들어
 $(-3) \times 2 = -3 \times 2$ 와 같이 나타낼 수 있다.

탐구하기

에서 $3 \times (-2) = -6$, $(-3) \times 2 = -6$ 이다. 이와 같이 부호가 다른 두 정수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 -를 붙여서 계산한다.

부호가 다르면 음의 부호

$$(+3) \times (-2) = -6$$

절댓값의 곱

부호가 다르면 음의 부호

$$(-3) \times (+2) = -6$$

절댓값의 곱

또한, $3 \times 2 = 6$, $(-3) \times (-2) = 6$ 과 같이 부호가 같은 두 정수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 $+$ 를 붙여서 계산한다.

$$\begin{array}{ccc} \text{부호가 같으면 양의 부호} & & \text{부호가 같으면 양의 부호} \\ (+3) \times (+2) = +6 & & (-3) \times (-2) = +6 \\ \text{절댓값의 곱} & & \text{절댓값의 곱} \end{array}$$

이상을 정리하면 다음과 같고, 유리수의 곱셈도 정수의 곱셈과 같은 방법으로 한다.

참고

$$\begin{aligned} (+) \times (+) &= (+) \\ (+) \times (-) &= (-) \\ (-) \times (+) &= (-) \\ (-) \times (-) &= (+) \end{aligned}$$

정수와 유리수의 곱셈

1. 부호가 같은 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 $+$ 를 붙인 것과 같다.
2. 부호가 다른 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 $-$ 를 붙인 것과 같다.
3. 어떤 수와 0의 곱은 항상 0이다.

함께해 보기 1

다음을 계산하여 보자.

$$\begin{array}{c} \text{부호가 같으면} \\ (1) (+7) \times (+4) = \text{ } (7 \times 4) = \text{ } \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{부호가 다르면} \\ (2) (+4) \times (-9) = \text{ } (4 \times 9) = \text{ } \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{부호가 다르면} \\ (3) \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(+\frac{5}{6}\right) = \text{ } \left(\frac{3}{2} \times \frac{5}{6}\right) = \text{ } \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{부호가 같으면} \\ (4) \left(-\frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \text{ } \left(\frac{5}{12} \times \frac{3}{5}\right) = \text{ } \end{array}$$

1. 다음을 계산하시오.

(1) $(+3) \times (+10)$

(2) $(-5) \times (+4)$

(3) $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

(4) $(+0.3) \times (-0.2)$



수의 곱셈에 대한 계산 법칙은 무엇일까?

함께해 보기 2

다음은 수의 곱셈에 대한 계산 법칙을 확인하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 문장을 바르게 완성하여 보자.

(1) 두 수의 곱셈에서

$$(+3) \times (-4) = \square, (-4) \times (+3) = \square$$

와 같이 곱하는 두 수의 순서를 바꾸어 곱하여도 그 결과는 (같다, 다르다).

(2) 세 수의 곱셈에서

$$\{(+3) \times (-4)\} \times (+2) = (\square) \times (+2) = \square,$$

$$(+3) \times \{(-4) \times (+2)\} = (+3) \times (\square) = \square$$

와 같이 어느 두 수를 먼저 곱하여도 그 결과는 (같다, 다르다).

함께해 보기 2의 (1)과 같이 두 수의 곱셈에서 곱하는 두 수의 순서를 바꾸어 곱하여도 그 결과는 같다. 이것을 곱셈의 **교환법칙**이라고 한다. 또, (2)와 같이 세 수의 곱셈에서 어느 두 수를 먼저 곱하여도 그 결과는 같다. 이것을 곱셈의 **결합법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

곱셈의 계산 법칙

세 수 a, b, c 에 대하여

1. 곱셈의 교환법칙: $a \times b = b \times a$

2. 곱셈의 결합법칙: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

참고

세 수의 곱셈에서는 곱셈의 결합법칙이 성립하므로 $(a \times b) \times c, a \times (b \times c)$ 를 모두 $a \times b \times c$ 로 나타낼 수 있다.

세 개 이상의 수의 곱을 계산할 때에는 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 적절히 이용하면 편리한 경우가 있다.

$$\begin{aligned} & \rightarrow \text{바로 확인} \quad \left(-\frac{4}{3}\right) \times (-3.2) \times \left(-\frac{15}{2}\right) \\ & = \square \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{15}{2}\right) \quad \leftarrow \text{곱셈의 교환법칙} \\ & = \square \times \left\{\left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{15}{2}\right)\right\} \quad \leftarrow \text{곱셈의 결합법칙} \\ & = \square \times (+10) = \square \end{aligned}$$

2. 다음을 계산하시오.

$$(1) (-2) \times (-1.4) \times 5$$

$$(2) 4 \times (-3.5) \times (-5)$$

$$(3) \left(-\frac{5}{4}\right) \times 9 \times (-4) \times \frac{1}{3}$$

$$(4) (-3) \times \frac{1}{5} \times \left(+\frac{1}{3}\right) \times 10$$

참고

$$\overbrace{(-) \times (-) \times \cdots \times (-) \times (-)}^{\text{짝수 개}} \\ \underbrace{\quad\quad\quad}_{(+)} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{(+)}$$

⇒ (+)

$$\overbrace{(-) \times (-) \times \cdots \times (-) \times (-) \times (-)}^{\text{홀수 개}} \\ \underbrace{\quad\quad\quad}_{(+)} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{(+)}$$

⇒ (-)

세 개 이상의 수를 곱할 때에는 먼저 곱의 부호를 정하고, 각 수의 절댓값의 곱에 그 부호를 붙여서 계산하면 편리하다. 이때 곱의 부호는 음수가 없거나 짝수 개이면 +이고, 홀수 개이면 -이다.

↳ 바로 확인

$$(1) (-3) \times 2 \times (-4) = \bigcirc (3 \times 2 \times 4) = \square$$

$$(2) \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(+\frac{5}{6}\right) \times (-2) \times (-4) = \bigcirc \left(\frac{3}{2} \times \frac{5}{6} \times 2 \times 4\right) = \square$$

$$(3) (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = \bigcirc (2 \times 2 \times 2) = \square$$

함께해 보기 3

다음을 계산하여 보자.

$$(+4) \times (-2) \times (-3)^2$$

$$= (+4) \times (-2) \times (\square)$$

$$= \bigcirc (4 \times 2 \times \square)$$

$$= \square$$

거듭제곱을 계산한다.

곱의 부호를 정한다.

절댓값의 곱을 구한다.

3. 다음을 계산하시오.

$$(1) (-2) \times (-3)^2 \times (-5)$$

$$(2) (-2)^3 \times \left(+\frac{1}{2}\right)^2 \times (-1)$$

의사
소통

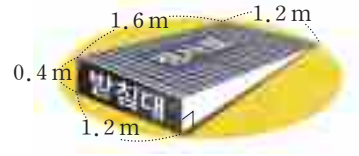
4. n 이 짝수일 때와 홀수일 때, $(-1)^n$ 의 계산 결과를 친구들과 이야기하시오.



분배법칙은 무엇일까?

탐구하기

어느 도서관에 오른쪽 그림과 같은 경사로를 설치하려고 한다. 다음은 두 기술자가 각각 다른 방법으로 경사로와 받침대를 만드는 데 필요한 철판의 넓이를 구하는 과정이다. 물음에 답하여 보자.



활동 1 ☐ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.



두 철판을 펼쳐 한꺼번에 계산하자!

$$\begin{aligned} & \text{받침대} \quad \text{경사로} \quad \boxed{} \text{ m} \\ & (\boxed{} + \boxed{}) \text{ m} \\ & \Rightarrow 1.2 \times (\boxed{} + \boxed{}) (\text{m}^2) \end{aligned}$$



두 철판의 넓이를 따로 계산하여 더하자!

$$\begin{aligned} & \text{받침대} \quad \boxed{} \text{ m} \quad \text{경사로} \quad \boxed{} \text{ m} \\ & \boxed{} \text{ m} \quad \boxed{} \text{ m} \\ & \Rightarrow (1.2 \times \boxed{}) + (1.2 \times \boxed{}) (\text{m}^2) \end{aligned}$$

이때 어느 방법으로 구해도 철판의 넓이는 같으므로

$$1.2 \times (\boxed{} + \boxed{}) = (1.2 \times \boxed{}) + (1.2 \times \boxed{})$$

탐구하기

와 같이 두 수의 합에 어떤 수를 곱한 것은 두 수에 각각 그 수를 곱하여 더한 것과 같다. 이것을 덧셈에 대한 곱셈의 **분배법칙**이라고 한다. 이상을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & 3 \times \{(-2) + 4\} \\ & = \frac{3 \times (-2)}{\text{①}} + \frac{3 \times 4}{\text{②}} \end{aligned}$$

분배법칙

세 수 a, b, c 에 대하여

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c, \quad (a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

5. 분배법칙을 이용하여 다음을 계산하시오.

$$(1) (-15) \times \left\{ \left(-\frac{2}{3} \right) + \frac{1}{5} \right\}$$

$$(2) (-1.8) \times 6 + (-1.8) \times 4$$

생각 나누기

분배법칙을 이용하여 7×999 를 계산하는 방법을 친구들과 이야기하여 보자.

문제 해결 창의·융합 의사소통



개념 점검하기



(1) 정수와 유리수의 곱셈

- ① 부호가 같은 두 수의 곱: 두 수의 절댓값의 곱에 를 붙인 것
- ② 부호가 다른 두 수의 곱: 두 수의 절댓값의 곱에 를 붙인 것
- ③ 어떤 수와 0의 곱은 항상 이다.

(2) 곱셈의 계산 법칙: 세 수 a, b, c 에 대하여

- ① 곱셈의 교환법칙: $a \times b =$
- ② 곱셈의 : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

(3) 분배법칙: 세 수 a, b, c 에 대하여

$$a \times (b + c) = \text{,} \quad (a + b) \times c = \text{$$

1



다음 계산하시오.

- (1) $(+4) \times (+3)$
- (2) $(-3.5) \times (+2)$
- (3) $(-7.3) \times 0$
- (4) $\left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)$

2



다음 계산 과정에서 곱셈의 교환법칙과 결합법칙이 이용된 곳을 각각 찾으시오.

$$\begin{aligned} & (-21) \times 6 \times \left(-\frac{1}{7}\right) \\ &= 6 \times (-21) \times \left(-\frac{1}{7}\right) \quad \text{㉗} \\ &= 6 \times \left\{ (-21) \times \left(-\frac{1}{7}\right) \right\} \quad \text{㉘} \\ &= 6 \times 3 \quad \text{㉙} \\ &= 18 \quad \text{㉚} \end{aligned}$$

3



다음 계산하시오.

$$\frac{1}{2} \times (-2^2) \times (-1)^3$$

4



다음 계산 과정의 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$\begin{aligned} (-13) \times 51 + (-13) \times 49 &= (-13) \times \text{} \\ &= \text{$$

5



다음 수 중에서 서로 다른 두 수를 뽑아 곱할 때, 그 값 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 각각 구하시오.

$$4, \quad -3, \quad 2$$

곱셈으로 시간 여행을 떠나 보자!

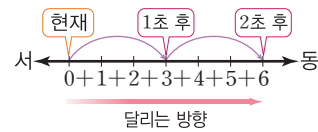
어느 도시의 모노레일은 직선 선로 위를 초속 3 m의 일정한 속도로 달린다. 다음 규칙에 따라 모노레일의 위치를 수직선 위에 표시하고, 이를 곱셈식으로 나타내어 보자.



규칙

- 위치: 현재의 위치를 0, 동쪽으로 이동한 거리를 양수, 서쪽으로 이동한 거리를 음수로 나타낸다.
- 시간: 현재를 0, 미래의 시각을 양수, 과거의 시각을 음수로 나타낸다.

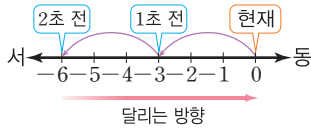
예 동쪽으로 달릴 때, 2초 후의 위치



→ 곱셈식: $(+3) \times (+2) = +6$

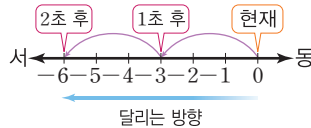
활동 1 다음 ☐ 안에 알맞은 곱셈식을 써넣어 보자.

(1) 동쪽으로 달릴 때,
2초 전의 위치



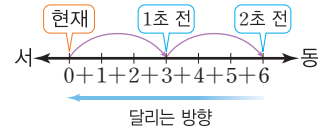
→ 곱셈식:

(2) 서쪽으로 달릴 때,
2초 후의 위치



→ 곱셈식:

(3) 서쪽으로 달릴 때,
2초 전의 위치



→ 곱셈식:

활동 2 **활동 1**의 결과를 관찰하여 곱셈의 규칙을 친구에게 설명하여 보자.

이 활동에서

재미있었던 점과 어려웠던 점을 적어 보자.

재미있었던 점	어려웠던 점

05

정수와 유리수의 나눗셈

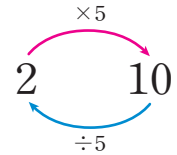
학습 목표 ■ 정수와 유리수의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.



정수와 유리수의 나눗셈은 어떻게 할까?

탐구하기

오른쪽 그림은 자연수의 곱셈과 나눗셈의 관계를 나타낸 것이다. 정수에서도 이러한 관계가 성립함을 이용하여 다음 물음에 답하여 보자.



활동 1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

(1) $(+2) \times (+5) = +10$

$(+10) \div (+5) = \square$

(2) $(+2) \times (-5) = -10$

$(-10) \div (-5) = \square$

(3) $(-2) \times (-5) = +10$

$(+10) \div (-5) = \square$

(4) $(-2) \times (+5) = -10$

$(-10) \div (+5) = \square$

활동 2 활동 1의 결과를 이용하여 정수의 나눗셈의 규칙에 대하여 친구들과 이야기하여 보자.

참고

$(+) \div (+) \Rightarrow (+)$
 $(-) \div (-) \Rightarrow (+)$
 $(+) \div (-) \Rightarrow (-)$
 $(-) \div (+) \Rightarrow (-)$

⊕ 식의 시작 부분에 있는 음수는 괄호를 생략하여 나타낼 수 있다.

예를 들어

$(-10) \div (-5)$
 $= -10 \div (-5)$

와 같이 나타낼 수 있다.

탐구하기

와 같이 두 정수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫과 같고, 그 부호는 정수의 곱셈과 마찬가지로 두 정수의 부호에 따라 다음과 같이 결정된다.

부호가 같으면 양의 부호

$$(-10) \div (-5) = +2$$

절댓값의 나눗셈의 몫

부호가 다르면 음의 부호

$$(+10) \div (-5) = -2$$

절댓값의 나눗셈의 몫

이상을 정리하면 다음과 같고, 유리수의 나눗셈도 정수의 나눗셈과 같은 방법으로 한다.

참고

0으로 나누는 경우는 생각하지 않는다.

정수와 유리수의 나눗셈

1. 부호가 같은 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙인 것과 같다.
2. 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 -를 붙인 것과 같다.

함께해 보기 1

다음을 계산하여 보자.

부호가 같으면

(1) $(+6) \div (+3) = (+) (6 \div 3) = \square$

부호가 다르면

(2) $(+15) \div (-5) = (-) (15 \div 5) = \square$

부호가 다르면

(3) $(-1.2) \div (+3) = (-) (1.2 \div 3) = \square$

부호가 같으면

(4) $(-8) \div (-4) = (+) (8 \div 4) = \square$

1. 다음을 계산하시오.

- | | |
|------------------------|------------------------|
| (1) $(+48) \div (+4)$ | (2) $(+12) \div (-6)$ |
| (3) $(-0.8) \div (+2)$ | (4) $(-6.9) \div (-3)$ |

두 수 $\frac{3}{2}$ 과 $\frac{2}{3}$ 의 곱은 1이다. 이와 같이 어떤 두 수의 곱이 1일 때, 한 수를 다른 수의 **역수**라고 한다.

↳ **바로 확인** $(-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$ 이므로 -3의 역수는 \square 이고, $-\frac{1}{3}$ 의 역수는 \square 이다.

2. 다음 수의 역수를 구하시오.

(1) 3

(2) -1

(3) $-\frac{3}{4}$

(4) 0.7

두 수 10과 2에 대하여

$$10 \div 2 = 5, \quad 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

이므로 10을 2로 나누는 것은 10에 2의 역수 $\frac{1}{2}$ 을 곱하는 것과 같다.

유리수의 나눗셈에서도 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 계산할 수 있다.

$$(-4) \div \left(-\frac{2}{5}\right) = (-4) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = +\left(4 \times \frac{5}{2}\right) = +10$$

곱셈으로 바꾼다.
역수로 바꾼다.

3. 역수를 이용하여 다음을 계산하시오.

(1) $\left(+\frac{5}{2}\right) \div (+5)$

(2) $(+9) \div \left(-\frac{1}{3}\right)$

(3) $\left(-\frac{9}{4}\right) \div \left(+\frac{6}{5}\right)$

(4) $\left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{6}{11}\right)$



사칙계산이 포함된 복잡한 식의 계산은 어떻게 할까?

탐구하기

채랑이와 우진이는 $2+6 \div 2$ 를 다음과 같이 계산하였다. 물음에 답하여 보자.

채랑:

$$2+6 \div 2 = 8 \div 2 = 4$$

우진:

$$2+6 \div 2 = 2+3 = 5$$

활동 1 채랑이와 우진이의 계산 과정을 비교하고, 누구의 계산이 옳은지 말하여 보자.

탐구하기 에서 살펴본 바와 같이 나눗셈을 덧셈보다 먼저 계산해야 한다.

일반적으로 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 복잡한 식의 경우에는 다음과 같은 순서로 계산한다.

참고

소괄호: ()
중괄호: { }
대괄호: []

복잡한 식의 계산

- ① 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
- ② 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다. 이때 괄호는 소괄호, 중괄호, 대괄호의 순서로 계산한다.
- ③ 곱셈, 나눗셈을 먼저 하고 덧셈, 뺄셈은 나중에 계산한다.

함께해 보기 2

다음을 계산하여 보자.

$$\begin{aligned}
 & 5 - \{4 \times (-2)^2 - 8\} \div 2 \\
 &= 5 - (4 \times \square - 8) \div 2 \\
 &= 5 - (\square - 8) \div 2 \\
 &= 5 - \square \div 2 \\
 &= 5 - \square \\
 &= \square
 \end{aligned}$$

} 거듭제곱을 계산한다.
 } 괄호 안의 곱셈을 먼저 계산한다.
 } 괄호 안의 뺄셈을 먼저 계산한다.
 } 나눗셈을 한다.
 } 뺄셈을 한다.

4. 다음을 계산하시오.

- (1) $7 - \left\{ \frac{1}{2} + (-1)^3 \div (-2) \right\} \times 6$
- (2) $(-8) \div (-2)^2 + (-4) \times \left\{ \frac{3}{4} - (-1)^2 \right\}$

생각 키우기

세 수 $\frac{5}{2}$, -7 , $\frac{5}{3}$ 를 오른쪽의 \square 안에 한 번씩 써넣어 계산할 때, 나올 수 있는 수 중에서 가장 작은 값을 구하여 보자.

$\square - \square \div \square$

문제 해결 추론 창의·융합



개념 점검하기



(1) 정수와 유리수의 나눗셈

- ① 부호가 같은 두 수의 나눗셈의 몫: 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 를 붙인 것
 ② 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫: 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 를 붙인 것

(2) 역수를 이용한 유리수의 나눗셈

- ① 어떤 두 수의 곱이 1일 때, 한 수를 다른 수의 라고 한다.
 ② 두 수를 나눌 때, 나누는 수를 그 수의 로 바꾸어 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

(3) 복잡한 식의 계산

거듭제곱을 계산 → 괄호 안을 계산 → 곱셈, 을 계산 → 덧셈, 을 계산

1



다음을 계산하시오.

- (1) $(+39) \div (+3)$ (2) $(-21) \div (+7)$
 (3) $(+8.8) \div (-1.1)$ (4) $(-6.4) \div (-2)$

2



$-\frac{1}{4}$ 의 역수와 -2 의 역수의 곱을 구하시오.

3



다음을 계산하시오.

- (1) $(+\frac{14}{5}) \div (-\frac{7}{2})$ (2) $(-\frac{5}{4}) \div (-\frac{3}{8})$

4



다음을 계산하시오.

- (1) $(-\frac{1}{4}) \times (+\frac{3}{2}) \div (-\frac{9}{4})$
 (2) $(+\frac{3}{5}) \div (-\frac{5}{2}) \times (-\frac{10}{3})$

5



다음 식의 계산 순서를 차례대로 나열하고, 그 계산 결과를 구하시오.

$$3 - \left\{ 2 - 4 \div \left(-\frac{2}{3} \right)^2 \right\} \times (-1)$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 ㉠ ㉡ ㉢ ㉣ ㉤